Evaluación para el Acceso a la Universidad
Convocatoria de 2021
Materia:
MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II
El examen está compuesto de 3 secciones de dos bloques cada una. A su vez cada bloque tiene dos ejercicios. El alumno deberá elegir un bloque de cada una de las tres secciones. Se podrá utilizar cualquier tipo de calculadora.

Sección 1 (3 puntos) Bloque 1

1. *Una carpintería ofrece tres modelos de mesas cuyo precio varía en función del tipo de madera utilizada y lo clasifica en: gama baja, media y superior. El precio de la mesa de gama superior es el mismo que de las otras dos juntas. Vendiendo 50 mesas de gama media se obtiene el mismo dinero que con 30 de la superior y por la venta de 5 mesas de gama baja, 5 de media y 10 de gama superior se obtienen 7500 euros.*

a) Plantea el sistema de ecuaciones que nos permita averiguar cuánto cuesta cada modelo de mesa. (1 punto)

b) Resuelve razonadamente el sistema planteado en el apartado anterior. (0.5 puntos)

Solución:

a) Sea x $\equiv$precio de la mesa de gama baja, $y \equiv$ precio de la mesa de gama media y $z \equiv$ precio de la mesa de gama superior (cada ecuación bien planteada 0.25 puntos, las tres correctas 1 punto)

Obtenemos el sistema:

$$\begin{pmatrix} z = x + y \\ 50y = 30z \\ 5x + 5y + 10z = 7500 \end{pmatrix}$$

b) Con solución: $(x, y, z) = (200, 300, 500)$ euros. (0.25 puntos por desarrollo y 0.25 puntos por solución correcta)

2. *En un terreno se dispone de 18 hectáreas para sembrar aguacates y mangos. Para los aguacates deseamos destinar como mucho 16 hectáreas. Por cada hectárea sembrada de aguacates y mangos se obtiene 10000 y 12000 euros respectivamente. Se quiere que la superficie correspondiente a los mangos no sea mayor que la que ocupen los aguacates.*

a) Expresa la función objetivo. (0.25 puntos)

b) Escribe mediante inecuaciones las restricciones del problema y representa gráficamente el recinto definido. (1 punto)

c) Determina cuántas hectáreas de cada tipo se debe dedicar a cada producto para conseguir máximo beneficio. (0.25 puntos)

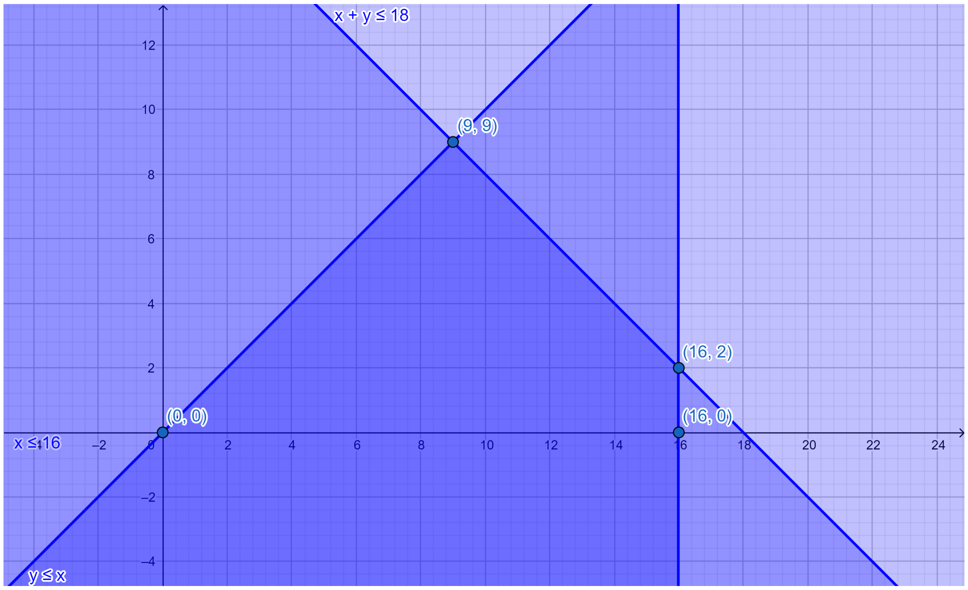
Solución:

a) $x \equiv$ terreno destinado a plantar aguacates, $y \equiv$ terreno destinado a plantar mangos.

La función objetivo es $F(x, y) = 10000x + 12000y$ (0.25 puntos)

b) El conjunto de restricciones: $\begin{pmatrix} x + y \leq 18 \\ x \leq 16 \\ y \leq x \end{pmatrix}$ (0.5 puntos por las restricciones y 0.5 por los vértices del recinto)

c) Sustituyendo en la función los vértices del recinto: $F(16, 0) = 160000$, $F(16, 2) = 184000$, $F(9, 9) = 198000$ y $F(0, 0) = 0$. Se obtiene máximo beneficio de 198000 euros sembrando la misma cantidad de hectáreas cada uno: 9 hectáreas. (0.25 puntos)



Bloque 2

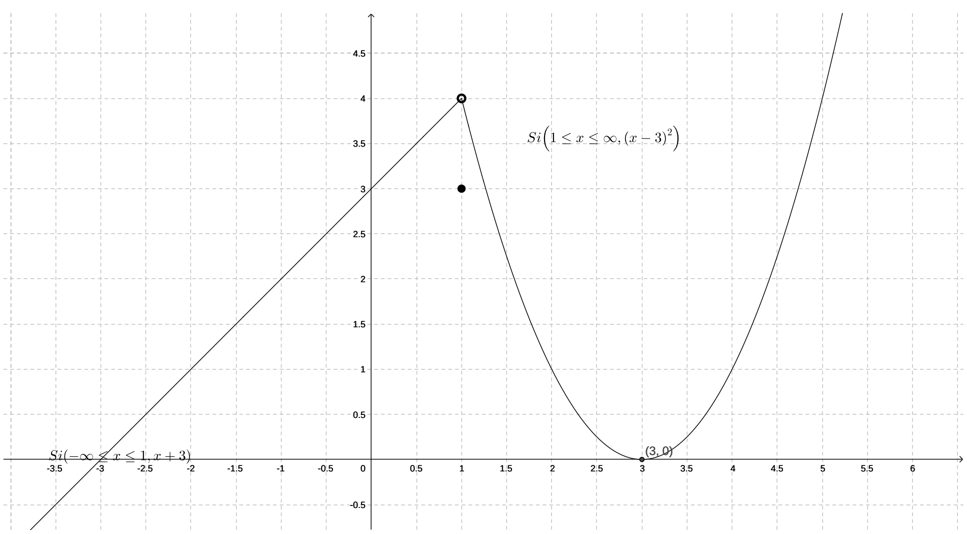
1. *Se considera la función* $f(x) = \begin{cases} x+3+t & si\ x<1 \\ 3 & si\ x=1 \\ (x-3)^2+t & si\ x>1 \end{cases}$

a) ¿Para qué valor de t la función $f(x)$ es continua en $x = 1$? (0.5 puntos)

b) Para $t = 0$, calcula los extremos relativos de la función $f(x)$ en el intervalo $(1, +\infty)$. (0.5 puntos)

c) Para $t = 0$, calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $f(x)$ en $(1, +\infty)$. (0.5 puntos)

Solución:



a) Para que sea continua, debe coincidir el valor de la función en ese pto con sus límites laterales.

Saber condiciones. (0.25 puntos)

Cálculo correcto del valor, es continua para $t = -1$. (0.25 puntos)

b) Saber condiciones de extremo. (0.25 puntos) Tiene un mínimo en (3,0) (0.25 puntos)

c) En (1,3) decreciente y en (3,$+\infty$) creciente. (0.5 puntos)

2. *La función $f(x) = ax^2 + bx + c$ tiene un máximo en el punto $(0, -3)$ y la pendiente de la recta tangente en el punto de abscisa $x = -1$ es 6. Con estos datos, halla razonadamente los valores de los parámetros a, b y c. (1.5 puntos)*

Solución:

$f(x) = ax^2 + bx + c \to f^{'}(x) = 2ax + b$

$$\begin{pmatrix} f^{'}(0) = 0 \\ f^{'}(-1) = 6 \\ f(0) = -3 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} b = 0 \\ -2a + b = 6 \\ c = -3 \end{pmatrix} \to a = -3 \to f(x) = -3x^2 - 3$$

(0.25 por cada condición, 0.75 solución correcta de la función)

Sección 2 (3.5 puntos) Bloque 1

3. *El consumo por persona y semana de azúcar en España sigue una distribución normal con desviación típica $\sigma = 60$ gramos. Se hizo un estudio y se observó que la media de consumo por semana de 50 personas fue de 200 gramos. Se pide:*

a) Calcula el intervalo de confianza del 95 % para el consumo medio por persona y semana de azúcar. (1 punto)

b) Razona cómo podríamos disminuir la amplitud del intervalo de confianza. (0.5 puntos)

c) ¿Crees que la media poblacional μ de consumo por persona y semana de azúcar es 220 gramos con una probabilidad del 90 %? Razona tu respuesta. (0.5 puntos)

Solución:

a) Del enunciado se deduce: $\bar{x} = 200$ gramos; $n = 50$; $\sigma = 60$ gramos

1- $\alpha = 0{,}95$ $Z_{\frac{\alpha}{2}}$=1,96 (0.25 puntos)

IC=($\bar{x} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, $\bar{x} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$) (0.25 puntos)

IC= (200 - 1,96$\frac{60}{\sqrt{50}}$, $200 + 1{,}96 \frac{60}{\sqrt{50}}$) =(183.36884, 216.63115) (0.5 puntos)

b) Podríamos disminuir la amplitud del intervalo disminuyendo el nivel de confianza , con lo que disminuiríamos la probabilidad de que el intervalo cubra el verdadero valor del parámetro (0.25 puntos), o aumentando el tamaño de la muestra , lo cual encarecería y dificultaría el estudio (0.25 puntos).

c) Si el intervalo al 95 % es (183.4,216.6) al 90 % será más estrecho con lo que 220 tampoco pertenecerá al intervalo de confianza al 90 %. (0.5 puntos)

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767

4. *De 100 alumnos que han terminado una titulación 6 no han encontrado trabajo el primer año.*

a) Calcula la proporción de alumnos que han encontrado trabajo el primer año. (0.25 puntos)

b) Calcula la probabilidad de que si elegimos tres alumnos sin repetición, ninguno haya encontrado trabajo el primer año. (0.5 puntos)

c) Si elegimos tres alumnos al azar sin repetición y el primero no ha encontrado trabajo el primer año, ¿cuál es la probabilidad de que el segundo y el tercero tampoco hayan encontrado trabajo el primer año? (0.75 puntos)

Solución:

a) N=No trabajo primer año; P(N)=0.06; T=trabajo; P(T)=0.94 (0.25 puntos)

b) P(3 T)=P(N1 y N2 y N3)=6/100*5/99*4/98=0.0001236(0.5 puntos)

c) Sea N1=Primer alumno no trabaja; N2=Segundo alumno no trabaja; N3=Tercer alumno no trabaja;

$P(2N \cap 3N/1N) = P(2N \cap 3N)$=5/99*4/98=0.00206(0.75 puntos)

Bloque 2

3. *Se considera la función* $f(x) = \begin{cases} (x+2)^2 & si\ x < 0 \\ t & si\ x = 0 \\ (x-2)^2 & si\ x > 0 \end{cases}$

a) Halla el valor de t para que f sea continua en x = 0. (0.5 puntos)

b) Para t = 2, representa gráficamente la función f(x). (1 punto)

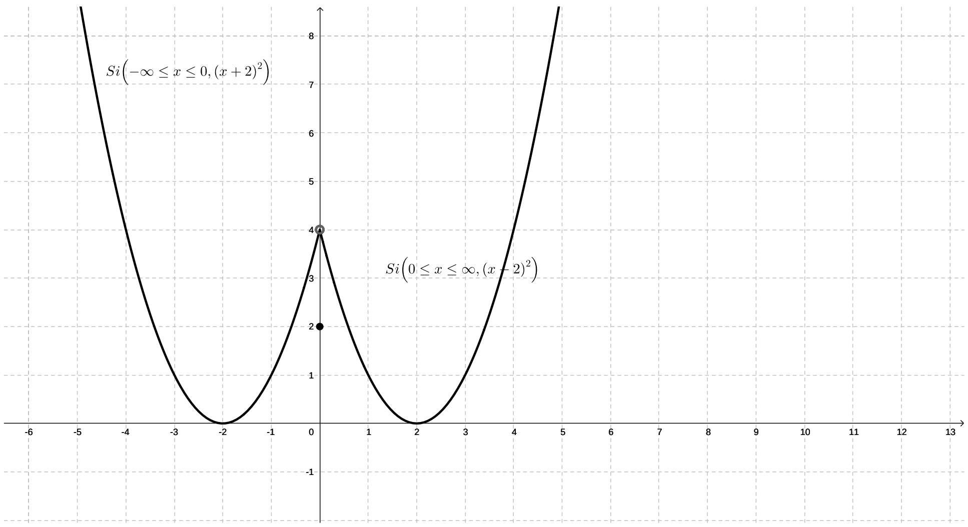
Solución:

a) Para que sea continua, debe coincidir el valor de la función en ese punto con sus límites laterales.

Saber condiciones (0.25 puntos)

Cálculo correcto del valor, $t = 4$. (0.25 puntos)

b)



0.25 puntos por cada trozo bien dibujado. Todo correcto 1 punto.

4. *En un local se venden pizzas en porciones. Las ventas durante cuatro semanas consecutivas siguen la función:* $P(t) = -40t^2 + 240t + 540$, *con t=semanas y* $(1 \leq t \leq 4)$.

a) ¿Cuántas porciones han vendido durante los dos primeras semanas? (0.5 puntos)

b) ¿Durante qué semana se vendieron más porciones y cuántas fueron? (0.75 puntos)

c) ¿Qué semana vendieron menos? ¿Cuántas porciones? (0.75 puntos)

Solución:

a) $P(1) = -40 * 1^2 + 240 * 1 + 540 = 740$, $P(2) = -40 * 2^2 + 240 * 2 + 540 = 860$. Total de 1600 porciones. (0.5 puntos)

b) $P^{'}(t) = -80t + 240 \rightarrow P^{'}(t) = 0 \rightarrow t = 3$

$P''(t) = -80 \rightarrow P''(3) = -80 < 0 \rightarrow$ máximo en la tercera semana. (0.5 puntos)

$P(3) = -40 * 3^2 + 240 * 3 + 540 = 900$ porciones. (0.25 puntos)

c) Al no tener más extremos relativos. El mínimo estará en uno de los extremos: $P(1) = 740$, $P(4) = -40{*}4^2{+}240{*}4{+}540 = 860$

El mínimo se da en la primera semana (0.5 puntos) con una venta de 740 porciones.(0.25 puntos)

<u>Sección 3</u> (3.5 puntos) <u>Bloque 1</u>

5. *Dadas las matrices* $A=\begin{pmatrix} 3 & -6 \\ -1/2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2/3 \\ 1/3 \end{pmatrix}$ *y* $D = \begin{pmatrix} -6 & 3 \end{pmatrix}$

a) Calcula $A \cdot C + D^T$. *(0.5 puntos)*

b) Razona si A y B tienen matriz inversa (no es necesario calcularlas). (0.5 puntos)

c) ¿Qué dimensiones tienen las matrices resultantes de los producto $D \cdot C$ *y* $D^T \cdot C^T$*? (no es necesario hacer las multiplicaciones). (0.5 puntos)*

Solución:

a) $A.C + D^T = \begin{pmatrix} 3 & -6 \\ -1/2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -6 & 3 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 0 \\ 2/3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -6 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 11/3 \end{pmatrix}$ (0.5 puntos)

b) La matriz A es regular por lo que existe su inversa A^{-1}(0.25 puntos) y la B es singular ya que la segunda fila se obtiene multiplicando la primera por (-1) por lo que no tiene inversa. (0.25 puntos).

c) $dim(C) = 2 \times 1, dim(D) = 1 \times 2$. Coinciden el número de columnas de C con el número de filas de D, la multiplicación puede realizarse. Las dimensiones de la matriz resultante son 1 x 1 (0.25 puntos), en el caso de las traspuestas también coinciden y puede realizarse, y las dimensiones de la matriz resultante son 2x2 (0.25 puntos) .

6. *En un concesionario de motos disponen de 100 motos dispuestas para su venta. Las motos son de tres tipos: las que consumen gasolina únicamente, las que usan gasolina y aceite y las eléctricas. Las más numerosas son las que usan gasolina y aceite, y la diferencia entre la cantidad de estas y las de gasolina es igual a la mitad del número de eléctricas. La diferencia entre las de gasolina y las eléctricas es igual a la tercera parte de las que utilizan gasolina y aceite.*

a) Plantea el sistema de ecuaciones que nos permita averiguar cuántas motos hay de cada tipo. (1.5 puntos)

b) Resuelve razonadamente el sistema planteado en el apartado anterior. (0.5 puntos)

Solución:

a) Sea $x \equiv$ número de motos de gasolina, $y \equiv$ número de motos de gasolina y aceite y $z \equiv$ número de motos eléctricas. (cada ecuación bien planteada 0.5 puntos)

Obtenemos el sistema:

$$\begin{pmatrix} x + y + z = 100 \\ y - x = z/2 \\ x - z = y/3 \end{pmatrix}$$

b) Con solución: $(x, y, z) = (35, 45, 20)$ motos. (0.25 puntos por desarrollo y 0.25 puntos por solución correcta)

<u>Bloque 2</u>

5. *Según los datos de 2020, en la universidad española hay un porcentaje de 24.8 % de mujeres estudiando Grados de Informática, el resto son hombres. Además una mujer tiene una probabilidad de 0.95 de terminar informática, mientras que para los hombres es del 0.85.*

a) Elegido un estudiante al azar de informática, ¿cuál es la probabilidad de que consiga terminar la titulación? (0.75 puntos)

b) Sabiendo que un estudiante elegido al azar ha terminado informática, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer? (0.75 puntos)

Solución:

M=Mujeres; H=Hombre; T=Terminar

P(M)=0.248; P(H)=0.752 ;P(T/M)=0.95; P(T/H)=0.85

a) $P(T) = P(T \cap M) + P(T \cap H) = P(T/M) * P(M) + P(T/H) * P(H) = 0{,}95 * 0{,}248 + 0{,}85 * 0{,}752 = 0{,}8748$. (0.75 puntos)

b) $P(M/T) = P(M \cap T)/P(T) = (P(T/M) * P(M))/P(T) = (0{,}95 * 0{,}248)/0{,}8748 = 0{,}269318$. (0.75 puntos)

6. *Se desea investigar la altura en cm de un tipo de planta, se sabe que la altura sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica σ =15 cm. Se tomó una muestra aleatoria de 400 plantas de ese tipo y se comprobó que la altura media de dicha muestra era de 110 cm.*

a) Halla un intervalo de confianza para la media poblacional de la altura de ese tipo de planta, con un nivel de confianza del 95 %. (1 punto)

b) Explica razonadamente el efecto que tendría sobre el intervalo de confianza el aumento o la disminución del nivel de confianza. (0.5 puntos)

c) ¿Se puede admitir que la media de altura μ de ese tipo de planta pueda ser de 109 cm con una confianza del 95 %? Razona tu respuesta. (0.5 puntos)

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767

Solución:

a) Del enunciado se deduce: $\bar{x} = 110$ cm; $n = 400$; $\sigma = 15$ cm

1- $\alpha = 0{,}95$ y $Z_{\frac{\alpha}{2}}$=1,96 (0.25 puntos)

IC=($\bar{x} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, $\bar{x} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$) (0.25 puntos)

IC= (110 - 1,96$\frac{15}{\sqrt{400}}$, 110 + $1,96 \frac{15}{\sqrt{400}}$) =(108,53 , 111,47) (0.5 puntos)

b) Al aumentar el nivel de confianza, aumenta la amplitud del intervalo, y al disminuir el nivel de confianza, disminuye la amplitud del intervalo. (0.5 puntos)

c) Sí, ya que 109 se encuentra dentro del intervalo de confianza al 95 %. (0.5 puntos)